

Technologieeinsatz: Simpson-Regel

Mathcad

ZB: Es soll $\int_1^2 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ näherungsweise mithilfe der Simpson-Regel für $n = 4$ Doppelstreifen ermittelt werden.

Zuerst werden in einem MathCad-Arbeitsblatt die Funktionsgleichung $f(x) := \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$, die Integrationsgrenzen $a:=1$ und $b:=2$ sowie die Anzahl der Doppelstreifen $n:=4$ definiert.

Den Abstand der Stützstellen d berechnet man mit $d := \frac{b-a}{2n}$.

Mithilfe des Summenzeichens aus der Symbolleiste **Analysis** gibt man die Simpson-Regel ein. Für die ungerade nummerierten Stützstellen muss zur unteren Integrationsgrenze jeweils ein ungeradzahliges Vielfaches des Abstands der Stützstellen addiert werden: $a+(2*k+1)*d$. Bei den gerade nummerierten Stützstellen addiert man gerade Vielfache von d : $a+2*k*d$.

Funktionsgleichung: $f(x) := \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$

Untere Integrationsgrenze: $a := 1$

Obere Integrationsgrenze: $b := 2$

Anzahl der Doppelstreifen: $n := 4$

Abstand der Stützstellen: $d := \frac{b-a}{2 \cdot n}$

Simpson-Regel: $s := \frac{b-a}{6 \cdot n} \left[f(a) + f(b) + 4 \cdot \sum_{k=0}^{n-1} f[a + (2 \cdot k + 1) \cdot d] + 2 \cdot \sum_{k=1}^{n-1} f(a + 2 \cdot k \cdot d) \right]$

Näherungswert: $s = 2.78993916$

Berechnung mittels Integration: $I := \int_a^b f(x) dx \quad I = 2.7899371$

Die numerische Auswertung liefert den Näherungswert $s = 2,789\dots$

Man kann die Anzahl der Stützstellen im Nachhinein erhöhen, um eine bessere Näherung zu erhalten. In diesem Beispiel kann man das Integral der Funktion auch analytisch berechnen.