

Erfolgreich mit Mathematik für HUM II

Zu Abschnitt „5 Polynomfunktionen höheren Grads“, Seite 89 oben



Technologieeinsatz: Aufstellen einer ertragsgesetzlichen Kostenfunktion

GeoGebra

ZB: Die bei der Produktion eines Produkts entstehenden Kosten werden durch eine Polynomfunktion 3. Grads beschrieben.

Man weiß, dass die Fixkosten 10 GE betragen.

Für 5 ME betragen die Kosten 25 GE, für 8 ME 30 GE und für 15 ME 45 GE.

a) Erkläre, wie viele lineare Gleichungen aufzustellen sind, um die Koeffizienten einer Polynomfunktion 3. Grads zu ermitteln.

b) Stelle ein Gleichungssystem zur Ermittlung der Koeffizienten der Kostenfunktion auf.

c) Ermittle die Funktionsgleichung der Kostenfunktion K mit Technologieeinsatz.

Lösung:

a) Die allgemeine Kostenfunktion 3. Grads lautet $K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ (x ... ME, $K(x)$... Kosten in GE).

Da die Polynomfunktion 4 Koeffizienten hat, benötigt man 4 Gleichungen.

b) Die Punkte der Funktion müssen die Funktionsgleichung erfüllen.

$$\text{Fixkosten } K(0) = 10 \Rightarrow \text{I: } a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 10$$

$$K(5) = 25 \Rightarrow \text{II: } a \cdot 5^3 + b \cdot 5^2 + c \cdot 5 + d = 25$$

$$K(8) = 30 \Rightarrow \text{III: } a \cdot 8^3 + b \cdot 8^2 + c \cdot 8 + d = 30$$

$$K(15) = 45 \Rightarrow \text{IV: } a \cdot 15^3 + b \cdot 15^2 + c \cdot 15 + d = 45$$

c)

The image shows a screenshot of the GeoGebra software interface. At the top, there is a toolbar with various mathematical symbols and functions. Below the toolbar, the input field shows the general form of a cubic function: $K(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$. The first step (1) shows the function being defined. The second step (2) shows the system of equations being solved: $\text{Löse}(\{K(0) = 10, K(5) = 25, K(8) = 30, K(15) = 45\}, \{a, b, c, d\})$. The result of the solve command is displayed as a set of values for the coefficients: $\left\{ \left\{ a = \frac{1}{70}, b = -\frac{37}{105}, c = \frac{185}{42}, d = 10 \right\} \right\}$. The third step (3) is highlighted in blue.

Wir erhalten $a = \frac{1}{70}$, $b = -\frac{37}{105}$, $c = \frac{185}{42}$ und $d = 10$.

Die Funktionsgleichung der Kostenfunktion lautet daher $K(x) = \frac{1}{70} \cdot x^3 - \frac{37}{105} \cdot x^2 + \frac{185}{42} \cdot x + 10$.