

Technologieeinsatz: Wirtschaftliche Anwendung quadratischer Funktionen GeoGebra

ZB: Bei der Produktion von Schmuckstücken setzten sich die Kosten aus Fixkosten von 150 GE (Geldeinheiten) und variablen Kosten von 2 GE pro Stück zusammen.

Im Einzugsgebiet des Produzenten gibt es keine anderen Anbieter vergleichbarer Schmuckstücke, weshalb der Produzent als Monopolbetrieb gemäß folgender Preisfunktion der Nachfrage agieren kann: $p_N(x) = 50 - x$

(x ... Anzahl der Schmuckstücke in Mengeneinheiten (ME); $p_N(x)$... Verkaufspreis bei x ME in GE/ME)

a) Erkläre die Begriffe lineare Kostenfunktion K , Erlösfunktion E und Gewinnfunktion G .

Gib jeweils die Funktionsgleichung allgemein an.

b) Gib für die gegebene Produktion die Kosten-, die Erlös- und die Gewinnfunktion an.

c) Stelle K , E und G in einem Diagramm grafisch dar.

Erkläre den Zusammenhang zwischen den drei Funktionen anhand der Grafik.

d) Die Stückzahl, ab der Gewinn erzielt wird, nennt man Gewinnschwelle (Break-Even-Point) und jene, bis zu der Gewinn gemacht wird, Gewinngrenze.

Erkläre, wie diese Werte ermittelt werden können.

Gib sowohl die Gewinnschwelle als auch die Gewinngrenze an.

e) Ermittle, bei wie vielen Mengeneinheiten der maximale Gewinn erzielt wird, wie groß dieser ist und um welchen Preis in Geldeinheiten pro Mengeneinheit das Produkt dann verkauft wird.

Lösung:

a) Die Kostenfunktion gibt an, welche Kosten bei der Produktion einer bestimmten Menge x anfallen. Ist sie linear, so gilt: $K(x) = F + k \cdot x$

Der Erlös ergibt sich aus dem Preis und der Anzahl der verkauften Stück:

$$E(x) = p(x) \cdot x$$

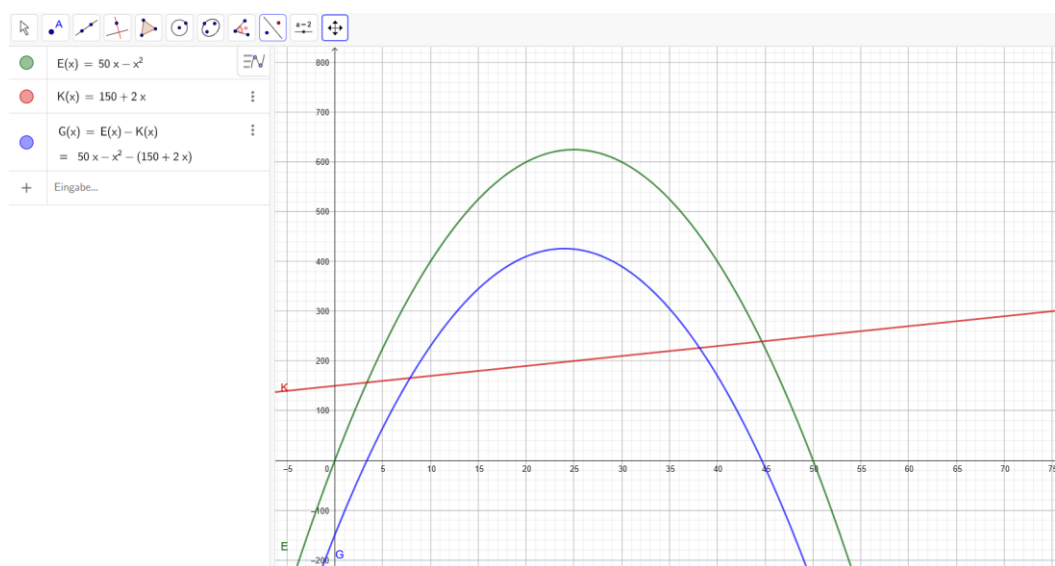
Der Gewinn ist die Differenz aus Erlös und Kosten: $G(x) = E(x) - K(x)$

b) $K(x) = 150 + 2x$

$$E(x) = (50 - x) \cdot x = 50x - x^2$$

$$G(x) = E(x) - K(x) = -x^2 + 48x - 150$$

c) Für jede Stückzahl x entspricht die Differenz zwischen $E(x) - K(x)$ dem Wert von $G(x)$.



Erfolgreich mit Mathematik für HUM II

Zu Abschnitt „4 Quadratische Funktionen und Gleichungen“, Seite 61
d) und e)



Die Gewinnschwelle und die Gewinngrenze können mithilfe der Nullstellen der Gewinnfunktion oder der Schnittpunkte zwischen der Erlös- und Kostenfunktion ermittelt werden.

Gewinnschwelle: $x_1 = 3,36 \Rightarrow 4$ Stück, da nur ganze Stück möglich sind und bei 3 Stück noch kein Gewinn erzielt wird.

Gewinngrenze: $x_2 = 44,6 \Rightarrow 44$ Stück

maximaler Gewinn: 426 GE bei 24 Stück

Verkaufspreis bei 24 Stück: $p_N(24) = 50 - 24 = 26$ GE/ME