

Erfolgreich mit Mathematik für HAK II

Zu Abschnitt „6 Polynomfunktionen höheren Grads“, Seite 117 oben



Technologieeinsatz: Aufstellen einer ertragsgesetzlichen Kostenfunktion GeoGebra

- ZB: Die bei der Produktion eines Produkts entstehenden Kosten werden durch eine Polynomfunktion 3. Grads beschrieben.
Man weiß, dass die Fixkosten 10 GE betragen.
Für 5 ME betragen die Kosten 25 GE, für 8 ME 30 GE und für 15 ME 45 GE.
- Erkläre, wie viele lineare Gleichungen aufzustellen sind, um die Koeffizienten einer Polynomfunktion 3. Grads zu ermitteln.
 - Stelle ein Gleichungssystem zur Ermittlung der Koeffizienten der Kostenfunktion auf.
 - Ermittle die Funktionsgleichung der Kostenfunktion K.

Lösung:

- a) Die allgemeine Kostenfunktion 3. Grads lautet $K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ ($x \dots$ ME, $K(x) \dots$ Kosten in GE).

Da die Polynomfunktion 4 Koeffizienten hat, benötigt man 4 Gleichungen.

- b) Die Punkte der Funktion müssen die Funktionsgleichung erfüllen.

$$\text{Fixkosten } K(0) = 10 \Rightarrow \text{I: } a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 10$$

$$K(5) = 25 \Rightarrow \text{II: } a \cdot 5^3 + b \cdot 5^2 + c \cdot 5 + d = 25$$

$$K(8) = 30 \Rightarrow \text{III: } a \cdot 8^3 + b \cdot 8^2 + c \cdot 8 + d = 30$$

$$K(15) = 45 \Rightarrow \text{IV: } a \cdot 15^3 + b \cdot 15^2 + c \cdot 15 + d = 45$$

c)

The GeoGebra interface shows the following steps:

- Input: $K(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
Result: $\rightarrow K(x) := a x^3 + b x^2 + c x + d$
- Input: $\text{Löse}(\{K(0) = 10, K(5) = 25, K(8) = 30, K(15) = 45\}, \{a, b, c, d\})$
Result: $\rightarrow \left\{ \left\{ a = \frac{1}{70}, b = -\frac{37}{105}, c = \frac{185}{42}, d = 10 \right\} \right\}$
- Step 3 is highlighted in blue.

Wir erhalten $a = \frac{1}{70}$, $b = -\frac{37}{105}$, $c = \frac{185}{42}$ und $d = 10$.

Die Funktionsgleichung der Kostenfunktion lautet daher $K(x) = \frac{1}{70} \cdot x^3 - \frac{37}{105} \cdot x^2 + \frac{185}{42} \cdot x + 10$.