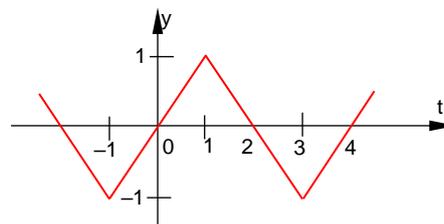


Technologieeinsatz: Fourier-Reihe GeoGebra

- ZB: 1) Gib an, ob die dargestellte Funktion eine gerade oder eine ungerade Funktion ist.
 2) Berechne die Fourier-Koeffizienten allgemein.
 Gib die ersten fünf Koeffizienten an.
 3) Stelle die Fourier-Reihe und die Näherungsfunktion bis zur 5. Harmonischen grafisch dar.



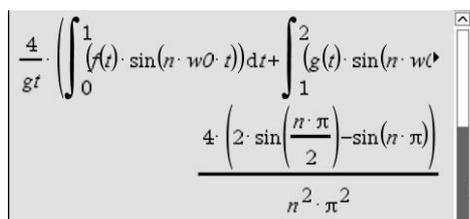
Lösung:

- 1) Die Funktion ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung und daher ungerade.
 2) Fourier-Koeffizienten:



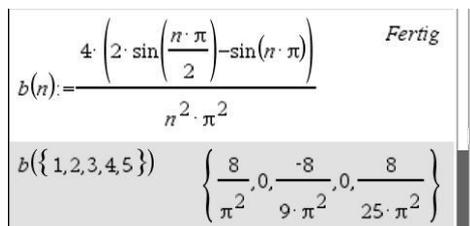
$f(t) := t$ Fertig
 $g(t) := -t + 2$ Fertig
 $gT := 4$ 4
 $w_0 := \frac{2 \cdot \pi}{gT}$ $\frac{\pi}{2}$

- Die Funktionsgleichungen, die Periode und die Kreisfrequenz werden definiert.



$$\frac{4}{gT} \cdot \left(\int_0^1 f(t) \cdot \sin(n \cdot w_0 \cdot t) dt + \int_1^2 g(t) \cdot \sin(n \cdot w_0 \cdot t) dt \right)$$

$$= \frac{4 \cdot \left(2 \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{2}\right) - \sin(n \cdot \pi) \right)}{n^2 \cdot \pi^2}$$

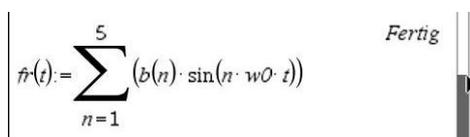


$b(n) := \frac{4 \cdot \left(2 \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{2}\right) - \sin(n \cdot \pi) \right)}{n^2 \cdot \pi^2}$ Fertig

$b(\{1, 2, 3, 4, 5\}) = \left\{ \frac{8}{\pi^2}, 0, \frac{-8}{9 \cdot \pi^2}, 0, \frac{8}{25 \cdot \pi^2} \right\}$

- Aufgrund des Rechenaufwands ist es besser erst das Ergebnis des Integrals zu speichern.

3) Fourier-Reihe

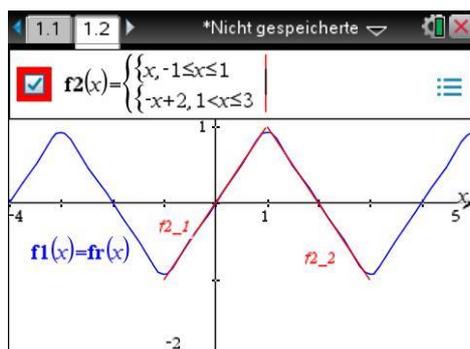


$\hat{f}(t) := \sum_{n=1}^5 (b(n) \cdot \sin(n \cdot w_0 \cdot t))$ Fertig

- Die Grenze der Summe könnte auch variabel angegeben werden:

$$fr(t, k) := \sum_{n=1}^k b(n) \cdot \sin(n \cdot w_0 \cdot t)$$

Mit $fr(t, 5)$ erhält man dann das gewünschte Fourier-Polynom



- Anstelle der Variable t muss bei der grafischen Darstellung die Variable x verwendet werden.

- Die stückweise definierte Funktion wird mithilfe der mathematischen Vorlage $\begin{cases} \\ \\ \end{cases}$ eingegeben.