

Inhalt

	Technologieeinsatz (nach Aufgabennummer)	Seite
4_1. Differenzieren	1.18 Limes	2
	1.45 1.46 Differenzieren	3
	1.48 Ableiten der Exponentialfunktion	3
	1.49 Ableiten der Exponentialfunktion mit bel. Basis	3
	1.53 Ableiten des natürlichen Logarithmus	4
	1.94 Kurvenuntersuchung	4
4_2. Regression & Korrelation	2.1 lin. Regression	6
	2.2.2 nichtlineare Regression	
	2.3 2-Variablenstatistik	7
	2.18 Korrelation	7
4_3. Kosten- Preistheorie	Siehe Kurvenuntersuchung. Max, Min; Wendepunkte	
4_4. Integrieren	4.25 Integral	8
	4.44 Bestimmtes Integral	8
	4.45 46 Flächenberechnung	8
	4.53 Fläche f-g	9

In der vorliegenden Anleitung sind nur jene Funktionen des Rechners angesprochen, die im Lehrbuch "Kompetenz: Mathematik HUM4" zu den angeführten Aufgaben empfohlen werden.

Abschnitt1: Differenzieren

1.18 Limes
 $f(x) = 3^{-2x}$

[zur Auswahl zurück](#)

Eingabe	Ausgabe
<p>Eine direkte Berechnung des Grenzwerts ist nicht möglich: Verhalten im Unendlichen: Grafik betrachten, Eingabe in Solver: equ 0= x^(-2) – Alpha A / Enter Für x einen großen Wert 10^7 eingeben. Alpha/ Solve ergibt ebenfalls 10^{15} Für x einen sehr kleinen Wert eingeben -10^7 Grenzwert im Unendlichen ist null (10^{-14} entspricht 0)</p> <p>So können auch alle anderen Funktionswerte (Grenzwerte von links und rechts an einer bestimmten Stelle berechnet werden. zB Grenzwert $f(x) = \frac{1}{x^2}$ an der Stelle 0: In der Zeichnung erkennt man die Polstelle. Rechnung: equ 0= x^(-2) – Alpha A / Enter Annäherung von rechts zB $x = 0,0001$ nehmen Annäherung von links: $x = -0,0001$ nehmen Man erhält einen gleichen Wert, der sehr hoch ist. Hinweis auf Unendlichkeitsstelle.</p> <p>Folgender Trick hilft bei unbestimmten Ausdrücken z.B. 0/0 (Regel von De L'Hospital für Eingeweihte), Bsp: $f(x) = \frac{x^2-9}{x-3}$ MATH/ nDeriv(Zählerterm eingeben,x, 3) / nDeriv(Nennerterm eingeben,x,3) Enter</p> <p>Ergebnis: 6</p> <p>(Bei TI84 hat eine Art Formvorlage dafür, sieht daher etwas anders aus: als TI82+)</p>	<div data-bbox="1027 241 1423 360" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> EQUATION SOLVER eqn: 0=1/X^2-A </div> <div data-bbox="1027 371 1423 640" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 1/X^2-A=0 X=10000000 A=1E-14 bound={-1E99, 1... left-rt=0 </div> <div data-bbox="1027 651 1423 920" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 1/X^2-A=0 X=-10000000 A=1E-14 bound={-1E99, 1... left-rt=0 </div> <div data-bbox="1027 954 1423 1223" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 1/X^2-A=0 X=1E-4 A=100000000 bound={-1E99, 1... left-rt=0 </div> <div data-bbox="1027 1234 1423 1503" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 1/X^2-A=0 X=-1E-4 A=100000000 bound={-1E99, 1... left-rt=0 </div> <div data-bbox="1027 1536 1423 1637" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> $\frac{d}{dx}(x^2-9) _{x=3} = \frac{d}{dx}(x^2)$ 6 </div>

1.45
Differenzieren
 $f(x) = x^3$

Stellen -1,7; 1,7

Die allgemeine Gleichung der Ableitungsfunktion kann man mit TI82+ nicht berechnen.
Man kann den Wert der Ableitung an einer bestimmten Stelle ermitteln.
2 Möglichkeiten: BSP $y = x^3$
MATH/nDeriv(Funktion,x,Stelle)
oder
Y1/ Funktion eingeben/2nd CALC/6 dy/dx
und im Fenster die Stelle eingeben.

Man kann die Ableitungsfunktion zeichnen und mit dieser Kurve auch rechnen!
Y2=nDeriv(Y1,x,x)

1.46

zur Auswahl zurück

Wie grafische Methode bei 1.45

1.48
Ableiten der
Exponential-
funktion $y = e^x$

Y1 = e^x
Die Ableitung kann man nicht grafisch wahrnehmen, weil die beiden Kurven gleich sind.

Mit **2nd Table** sieht man das!

1.49
Ableiten von a^x

zur Auswahl zurück

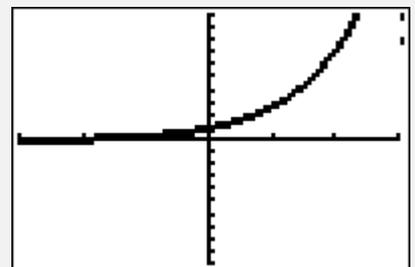
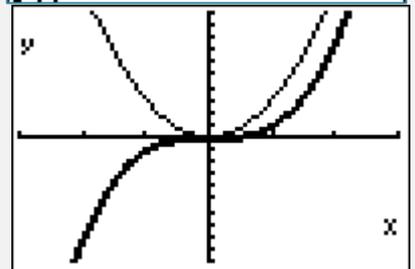
Y1=(2/3)^x eingeben
Für den Anstieg der Tangente mit 2nd **CALC/dy/dx** und $x = 1.4$ oder
MATH/nDeriv(Y1,x,1.4)
Den Verlauf der Ableitungskurve zeichnen mit
Y2=nDeriv(Y1,x,x)

$$\frac{d}{dx}(Y_1)|_{x=1.7} = 8.670001$$

$$\frac{d}{dx}(Y_1)|_{x=-1.7} = 8.670001$$

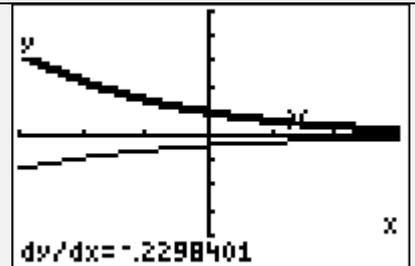


Plot1 Plot2 Plot3
 $Y_1 = X^3$
 $Y_2 = \frac{d}{dx}(Y_1)|_{x=X}$



X	Y1	Y2
2.7183	2.7183	2.7183
7.3891	7.3891	7.3891
20.086	20.086	20.086
54.598	54.598	54.598
148.41	148.41	148.41
403.43	403.43	403.43
1096.6	1096.6	1096.6

Press + for Δ|b|

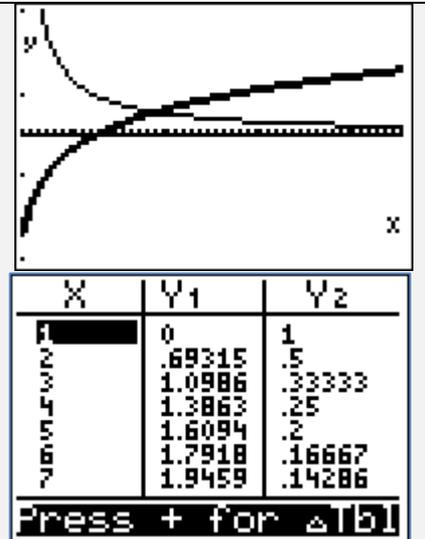


1.53
Ableiten von
Logarithmus
 $f(x) = \ln(x)$

[zur Auswahl zurück](#)

Y1=ln(x)
Window: kein negatives X!
x min 0.1; zB

mit 2nd Table die Werte vergleichen
Man sieht deutlich 1/x!



1.94
Kurven-
untersuchung
 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$

[zur Auswahl zurück](#)

Grafisches Verfahren
Die Funktionsgleichung in Y-Editor zB
Y1 = $x^3 - 6x^2 + 9x + 1$

2nd CALC: jeweils mit Enter bestätigen

2 zero/ left bound/ right bound/guess

3 minimum/ left bound/right bound/guess

4 maximum/ left bound/right bound/guess

6 dy/dx/ x-Wert eintippen/Enter

Der **Wendepunkt** hat keinen eigenen Befehl.
Berechnung über die Ableitungskurve und dort das Maximum (od. Minimum).

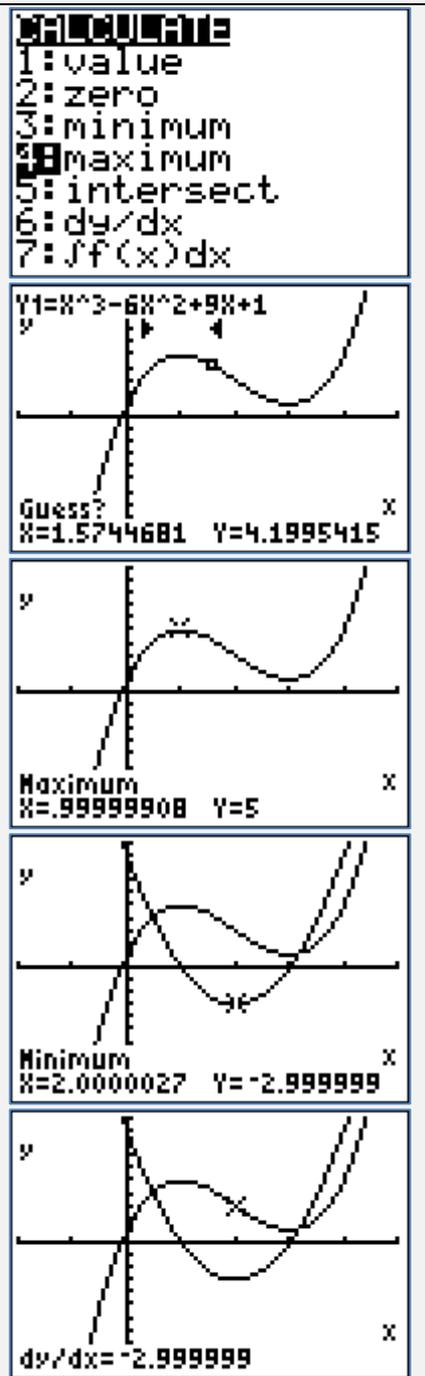
Y2: Math/ 8 nDeriv(Y1,x,x)

Y1 mit **Vars/y-vars/1: function/1: Y1**
es wird die Ableitungskurve zur Originalkurve gezeichnet.
Man sieht das Minimum
2nd Calc Minimum wie oben an dieser Kurve
Vorsicht: Mit Cursor die 2. Kurve wählen!

Wendepunkt(2|-3)

Tangentensteigung mit
Y1: 2nd Calc/ 6: dy/dx (2 eingeben)

 $k = -3$



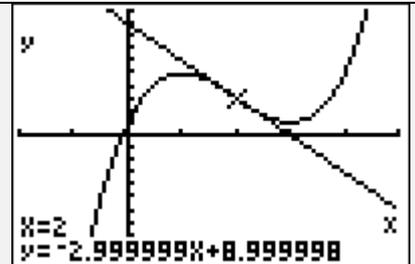
Gleichung der Tangente zB im Wendepunkt:
Graph/ 2nd DRAW/5:tangent /(2 eingeben)
 $y = -3x + 9$ ablesen

Rechnerisches Verfahren mit MATH

Y1 im Editor eingeben (definieren)
 Y2 mit Math 8: nDeriv(y1,x,x) definieren

MATH 6: fMin (Y1,x,2,4)
MATH 7: fMax(Y1,x,-5,5)
MATH 6: fMin(Y2;x,-5,5).--> Wendestelle

Gleichung der Tangente zB im Wendepunkt:
Graph/ 2nd DRAW/5:tangent /(2 eingeben)
 $y = -3x + 9$ ablesen



```

MATH NUM CPX PRB
5↑X
6:fMin(
7:fMax(
8:nDeriv(
9:fnInt(
0:summation Σ(
logBASE(
  
```

```

fMin(Y1,X,2,4)
    3.000002277
fMax(Y1,X,-5,5)
    .99999785
fMin(Y2,X,-5,5)
    2.000007296
  
```

zur Auswahl zurück

Abschnitt 2: Regression und Korrelation

2.1

lineare Regression

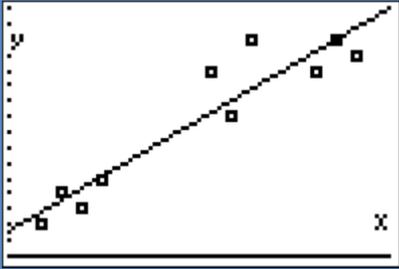
Tabelle:

167	68
168	70
169	69
170	71
175	78
176	75
177	80
180	78
181	80
182	79

zur Auswahl zurück

2.2.2

Nichtlineare Regression

Eingabe:	Ausgabe:																																
<p>STAT/EDIT in L1 und L2 die Werte eingeben</p> <p>STAT/CALC 4: linReg(ax + b) / L1, L2, Y1</p> <p>In Y1 wird die Gleichung der Regressionslinie gespeichert</p> <p>Streudiagramm wird dazu mit STAT PLOT/ on/ Punkte auswählen/, L1, L2/ Markierungszeichen/Zoom Stat/Graph gezeichnet</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>L1</th> <th>L2</th> <th>L3</th> <th>7</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>167</td><td>68</td><td>-----</td><td></td></tr> <tr><td>168</td><td>70</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>169</td><td>69</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>170</td><td>71</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>175</td><td>78</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>176</td><td>75</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>177</td><td>80</td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table> <p>L2(1)=68</p> <pre> LinReg y=ax+b a=.7993019197 b=-64.67818499 r²=.8732831089 r=.9344961792 </pre> 	L1	L2	L3	7	167	68	-----		168	70			169	69			170	71			175	78			176	75			177	80		
L1	L2	L3	7																														
167	68	-----																															
168	70																																
169	69																																
170	71																																
175	78																																
176	75																																
177	80																																
<p>Die Eingabe ist gleich wie bei der linearen Regression. Es stehen nun aber unterschiedliche Kurven zur Auswahl. TI 84-Family bietet hier ein reiches Angebot!</p> <p>STAT/EDIT in L1 und L2 die Werte eingeben</p> <p>STAT/CALC Kurve wählen / L1, L2, Y1</p> <p>In Y1 wird die Gleichung der Regressionslinie gespeichert.</p> <p>zB Alpha B, Logistic Zeichnen:</p> <p>Streudiagramm wird dazu mit STAT PLOT/ on/ Punkte auswählen/, L1, L2/ Markierungszeichen/Zoom Stat/Graph gezeichnet</p>	<pre> EDIT [2ND] [MODE] TESTS 1: 1-Var Stats 2: 2-Var Stats 3: Med-Med 4: LinReg(ax+b) 5: QuadReg 6: CubicReg 7: QuartReg </pre> <pre> EDIT [2ND] [MODE] TESTS 8: LinReg(a+bx) 9: LnReg 0: ExpReg A: PwrReg B: Logistic C: SinReg [2ND] Manual-Fit </pre> <pre> Logistic y=c/(1+ae^(-bx)) a=.0169299164 b=-.0847961698 c=3.571899913 </pre> 																																

2.3
2-Variablenstatistik

zur Auswahl zurück

Alle statistischen Größen mit Ausnahme der Kovarianz werden mit dem Befehl 2-Variablenstatistik geliefert.

STAT/CALC/2:2-Var Stats L1,L2

Ablesbar zB:

- Sx ... Standardabweichung Stichprobe x
- Sy ... Standardabweichung Stichprobe y
- \bar{x} ... Mittelwert x
- \bar{y} ... Mittelwert y

Kovarianz:

$$\text{sum}((L1-\text{mean}(L1))*(L2-\text{mean}(L2)))/(n-1)$$

- sum ... 2nd List/ Math/ 5: sum
- mean ... 2nd List/Math/ 3: mean

L1	L2	L3	6
2	4	-----	
2	4		
2	4		
2	4		
2	4		
2	4		
2	4		
2	4		
2	4		
2	4		

L1(1)=2

```
2-Var Stats
x̄=2.555555556
Σx=23
Σx²=75
Sx=1.424000624
σx=1.342560664
↓n=9
```

```
2-Var Stats
↑ȳ=2.333333333
Σy=21
Σy²=59
Sy=1.118033989
```

```
2-Var Stats
↑rxy=1.054092553
Σxy=63
minX=1
maxX=5
minY=1
maxY=4
```

```
sum((L1-mean(L1))*
1.166666667
```

2.18
Korrelation

19	3,38
20	3,18
33	2,79
44	2,18
45	1,94

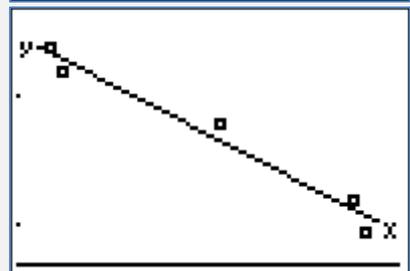
STAT/EDIT Listen eingeben
Am einfachsten über die lineare Regression,
STAT/CALC/ 4: linREG(ax+b)/L1,L2,Y1

hier wird der Pearson-Koeffizient automatisch mitgeliefert.

Grafik mit Streudiagramm und Regressionslinie:
STAT PLOT/ on/ Punkte auswählen/, L1, L2/ Markierungszeichen/Zoom Stat/Graph

Die Rangliste kann TI83-84 nicht automatisch erstellen.

```
LinReg
y=ax+b
a=-.0488576899
b=4.267217613
r²=.9660996785
r=-.9829036975
```



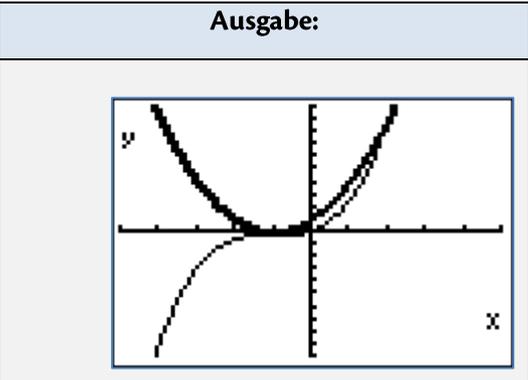
zur Auswahl zurück

Abschnitt 4: Integrieren

4.25
Integrieren
 $f(x) = (x+1)^2$

Eingabe:

Das unbestimmte Integral und damit die Integralfunktion kann leider nicht mit GTR als Gleichung ausgegeben werden. Man kann aber die Kurve des unbestimmten Integrals punktweise zeichnen lassen.
 $Y1 = (x+1)^2$
 $Y2 = \text{Math/ 9: fnInt}(Y1,x,0,x)$



4.44
Bestimmtes Integral
 $\int_1^2 (5 \cdot 3^x + 2) dx$

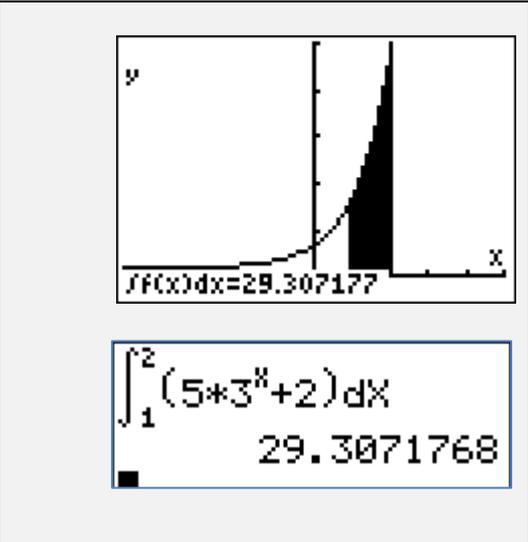
Grafische Methode

Y1: Funktion eingeben, Jeweils Werte eingeben und mit enter bestätigen
2nd Calc/ 7: Integral/ lower limit/upper limit

Bestimmtes Integral wird berechnet. Ergebnis wird als Fläche angezeigt.

zur Auswahl zurück

mit MATH
MATH/ 9: fnInt(Funktionsterm, x,untere grenze, obere Grenze)



4.45/46
Flächen berechnen
 $f(x) = x$
Grenzen -3, 0, 3

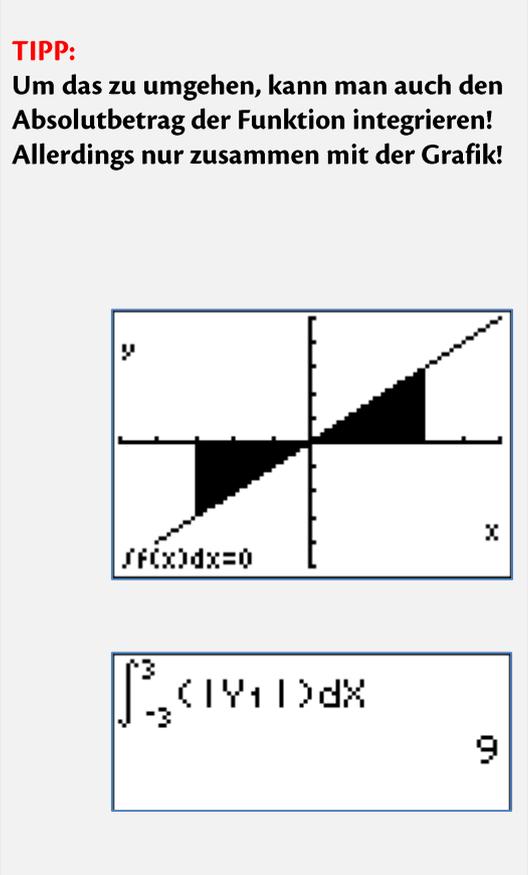
Grafisch

Für die Fläche müssen die **Vorzeichen** beachtet werden!
 Üblicher Weg daher: **Nullstellen** vorher bestimmen und **schrittweise integrieren**

Y1: Funktion eingeben
 2nd Calc / 7 Integral untere Grenze, obere Grenze ergibt das bestimmte integral, markiert die richtige Fläche, aber **rechnet nicht die richtige Fläche aus.**

Berechnen mit **MATH**
9: fnInt(MATH/NUM/ 1: abs (Y1),X,untere Grenze, obere Grenze)
ODER
 Im Grafikenster bleiben und Y1 deaktivieren
Y2:
Math/NUM 1: abs (Y1)
2nd CALC / 7: integral / Grenzen eingeben (Störend dabei ist die falsche Schattierung!)

Teilung der Fläche bei der Nullstelle wäre auch möglich, siehe nächstes Beispiel



zur Auswahl zurück

4.46 Fläche

$f(x) = x^3 - 4x$
 $a = -1,$
 $b = 2,5$

Diese Fläche kann gleich behandelt werden wie 4.45

Hier wird nun aber die Teilung der Flächen gezeigt.
Nullstellen zuerst berechnen
 $N1$ liegt außerhalb des gesuchten Bereichs,
 $N2 = 0, N3 = 2$

Dann die Integrale einzeln eingeben.

2nd CALC/7: Integral (lower limit: -1, upper limit: 0)

2nd CALC/7: Integral (lower limit: 0, upper limit: 2)

2nd CALC/7: Integral (lower limit: 2, upper limit: 2,5)

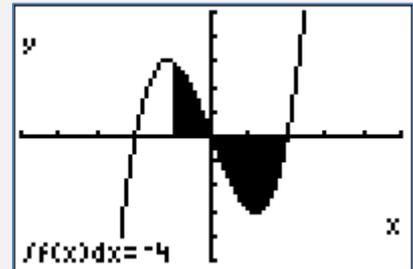
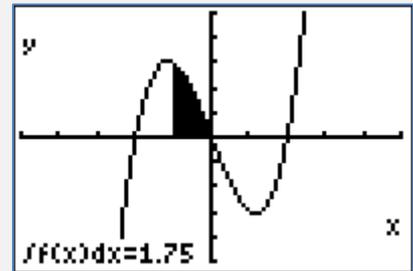
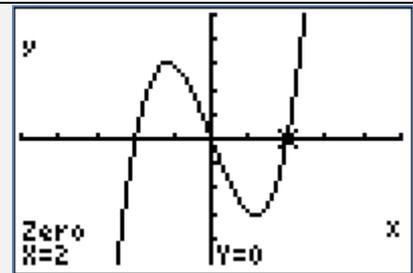
Die Beträge müssen händisch addiert werden:
 7,02 FE

Vorteil: es wird richtig schattiert, die Teilflächen werden richtig gerechnet, allerdings mit negativem Vorzeichen bei negativen Funktionswerten.

Nachteil Umständlich

Berechnen mit MATH und Absolutwert der Funktion:

MATH
9: fnInt(MATH/NUM/ 1: abs (Y1),X,untere Grenze, obere Grenze)



$$\int_{-1}^{2.5} (|Y1|) dX$$

7.015625803

zur Auswahl zurück

4.53 Fläche zwischen 2 Funktionen

$f_1(x) = x^2$
 $f_2(x) = 4$

Eine von den beiden gegebenen Funktionen ist eine horizontale Gerade.

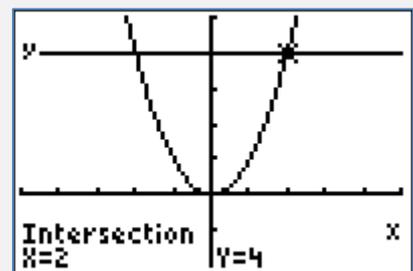
Die Vorgangsweise gilt aber auch für eine beliebige andere Funktion.

$Y1 = x^2$
 $Y2 = 4$

Schnittpunkte bestimmen:

2nd CALC 5: intersect (first curve/ second curve, guess bestätigen)

2. Schnittpunkt gleich, mit Cursor vorher näher hingehen!



zur Auswahl zurück

[zur Auswahl zurück](#)

Fläche berechnen:
am schnellsten mit **MATH**
**Math 9: fnInt(Y2-Y1,x,unterer
Schnittpunkt, oberer Schnittpunkt)**

Tipp: Möchte man ein positives Ergebnis für
das Integral, so muss die „oben“ liegende
Funktion zuerst angeführt werden!
(Umlaufsinn!)
Oder man beachtet das Vorzeichen nicht.
Oder man setzt vor das Integral
abs (integral...

Beachte, bei mehreren Schnittpunkten
haben die Flächen jeweils einen anderen
Umlaufsinn und daher muss man hier von
Schnittpunkt zu Schnittpunkt integrieren...

Will man im Grafikfenster bleiben, dann
definiert man die Differenz in Y3.

Y3= Y2-Y1
**und 2nd CALC/7:integral, Schnittpunkt 1
und Schittpunkt 2**

Geht schnell, aber es wird die falsche Fläche
schattiert. Beachte, die Fläche kann negativ
sein! Den positiven Wert als Ergebnis
angeben.

$$\int_{-2}^2 (Y_2 - Y_1) dX$$

10.66666667

```
Plot1 Plot2 Plot3
Y1=X^2
Y2=4
Y3=Y2-Y1
Y4=
Y5=
Y6=
```

