

Technologieinsatz: Anwendungen quadratischer Funktionen

Mathcad 15

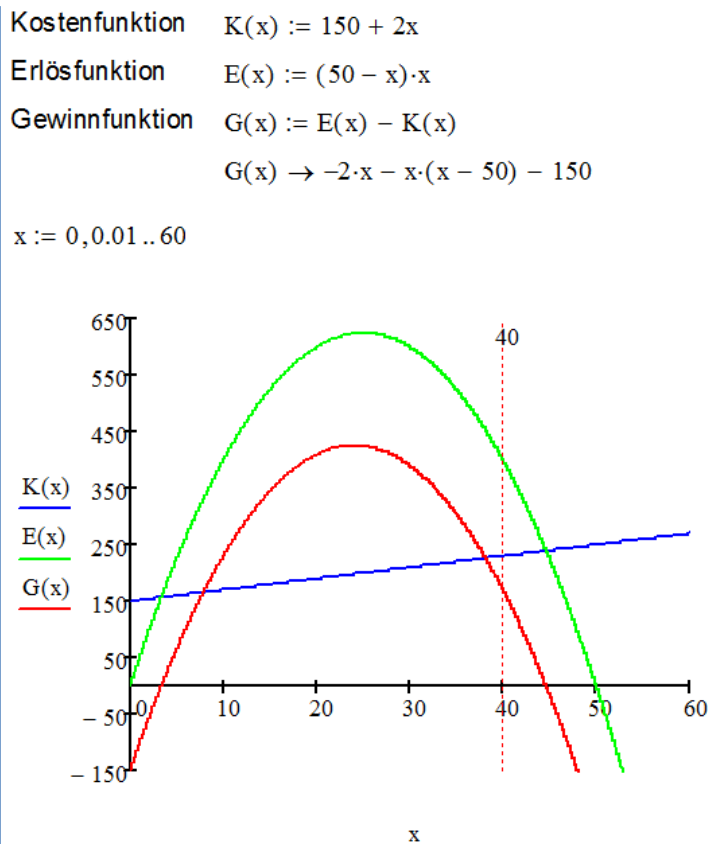
ZB: Bei der Produktion von Schmuckstücken setzten sich die Kosten aus Fixkosten von 150 GE (Geldeinheiten) und variablen Kosten pro Stück von 2 GE zusammen. Die Preisfunktion p gibt den Preis in Abhängigkeit von der Stückzahl x an und wurde mit $p(x) = 50 - x$ ermittelt.

- 1) Erkläre die Begriffe lineare Kostenfunktion K , Erlösfunktion E und Gewinnfunktion G . Gib jeweils die Funktionsgleichung allgemein an.
- 2) Gib für die gegebene Produktion die Kosten-, die Erlös- und die Gewinnfunktion an.
- 3) Stelle K , E und G in einem Diagramm grafisch dar. Erkläre den Zusammenhang zwischen den drei Funktionen anhand der Grafik.
- 4) Die Stückzahl, ab der Gewinn erzielt wird, nennt man Gewinnschwelle (Break-Even-Point) und jene, bis zu der Gewinn gemacht wird, Gewinngrenze. Wie können diese Werte ermittelt werden? Gib sowohl die Gewinnschwelle als auch die Gewinngrenze an.
- 5) Bei welcher Stückzahl wird maximaler Gewinn erzielt? Wie groß ist dieser und um welchen Preis wird ein Schmuckstück verkauft?

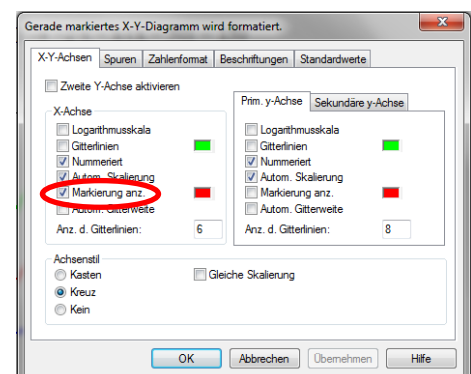
Lösung:

- 1) Die Kostenfunktion gibt an, welche Kosten bei der Produktion einer bestimmten Menge x anfallen. Ist sie linear, so gilt: $K(x) = F + k \cdot x$
 Der Erlös ergibt sich aus dem Preis und der Anzahl der verkauften Stück: $E(x) = p(x) \cdot x$
 Der Gewinn ist die Differenz aus Erlös und Kosten: $G(x) = E(x) - K(x)$

2) und 3)



Bemerkung:
 Die senkrechte Linie erhält man mittels **Markierung anz.**



Für jede Stückzahl x entspricht die Differenz zwischen $E(x) - K(x)$ dem Wert von $G(x)$.

ZB: $E(40) - K(40) = 170$ $G(40) = 170$

4) und 5)

Die Werte können mithilfe der Nullstellen der Gewinnfunktion oder der Schnittpunkte zwischen der Erlös- und Kostenfunktion ermittelt werden.

Gewinnschwelle, Gewinngrenze

$x := 5$

$x_1 := \text{wurzel}(G(x), x) \quad x_1 = 3.36 \quad \text{Gewinnschwelle bei 4 Stück}$

$x := 40$

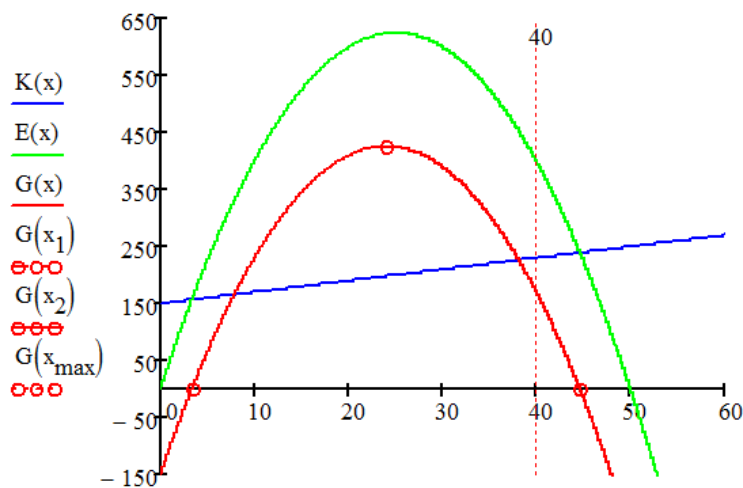
$x_2 := \text{wurzel}(G(x), x) \quad x_2 = 44.64 \quad \text{Gewinngrenze bei 44 Stück}$

Maximaler Gewinn

$x_{\text{max}} := \text{Maximieren}(G, x) \quad x_{\text{max}} = 24 \quad G(x_{\text{max}}) = 426$

Verkaufspreis: $p(24) = 26 \text{ GE}$

$x := 0, 0.01 \dots 60$



$x, x, x, x_1, x_2, x_{\text{max}}$