

Technologieeinsatz: Wurzelfunktionen Mathcad 15

ZB: Es werden gleich große Kugeln mit unterschiedlichen Massen aus großer Höhe fallengelassen. Da der Luftwiderstand entgegen der Gewichtskraft wirkt, erreichen die Kugeln jeweils eine konstante Endgeschwindigkeit v_{\max} .

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot g}{c_w \cdot A \cdot \rho}}, \quad m \dots \text{Masse in kg, } g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, c_w = 0,2 \dots \text{Strömungswiderstandskoeffizient,}$$

$$A = 0,1 \text{ m}^2 \dots \text{Querschnittsfläche, } \rho = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \dots \text{Dichte der Luft}$$

- 1) Welche Endgeschwindigkeit erreicht eine Kugel mit einer Masse von 1 kg bzw. 10 kg?
- 2) Stelle die Endgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Masse im Bereich [0 kg; 15 kg] grafisch dar. Welche Masse hat eine Kugel, die eine Endgeschwindigkeit von $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ erreicht? Beschreibe deine Vorgehensweise.

Lösung:

Definition der Konstanten

$$c_w := 0.2 \quad A := 0.1 \cdot \text{m}^2 \quad \rho := 1.2 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

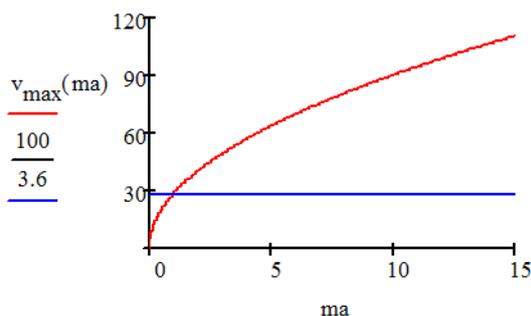
Definition der Funktion

$$v_{\max}(ma) := \sqrt{\frac{2 \cdot ma \cdot g}{c_w \cdot A \cdot \rho}}$$

- 1) Berechnen der Endgeschwindigkeit für $m = 1 \text{ kg}$ bzw. $m = 10 \text{ kg}$

$$v_{\max}(1 \cdot \text{kg}) = 28.587 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v_{\max}(10 \cdot \text{kg}) = 90.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- 2) Grafische Darstellung



Um die Masse der Kugel mit eine Endgeschwindigkeit $v_{\max} = 100 \text{ km/h} = 100/3,6 \text{ m/s}$ zu erhalten, muss folgende Gleichung gelöst werden.

$$m_1 := v_{\max}(ma) = \frac{100}{3.6} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ auflösen} \rightarrow \frac{9.2592592592592593 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}}{\text{g} \cdot \text{s}^2}$$

$$m_1 = 0.944 \text{ kg}$$

Die Kugel hat eine Masse von 0,94 kg.

Bemerkungen:

- Die Erdbeschleunigung ist als Konstante g gespeichert: $g = 9.807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- Die Warnmeldungen für reservierte Variablen wurden deaktiviert (Menü Extras, Einstellungen).