

## Technologieeinsatz: Anwendungen quadratischer Funktionen

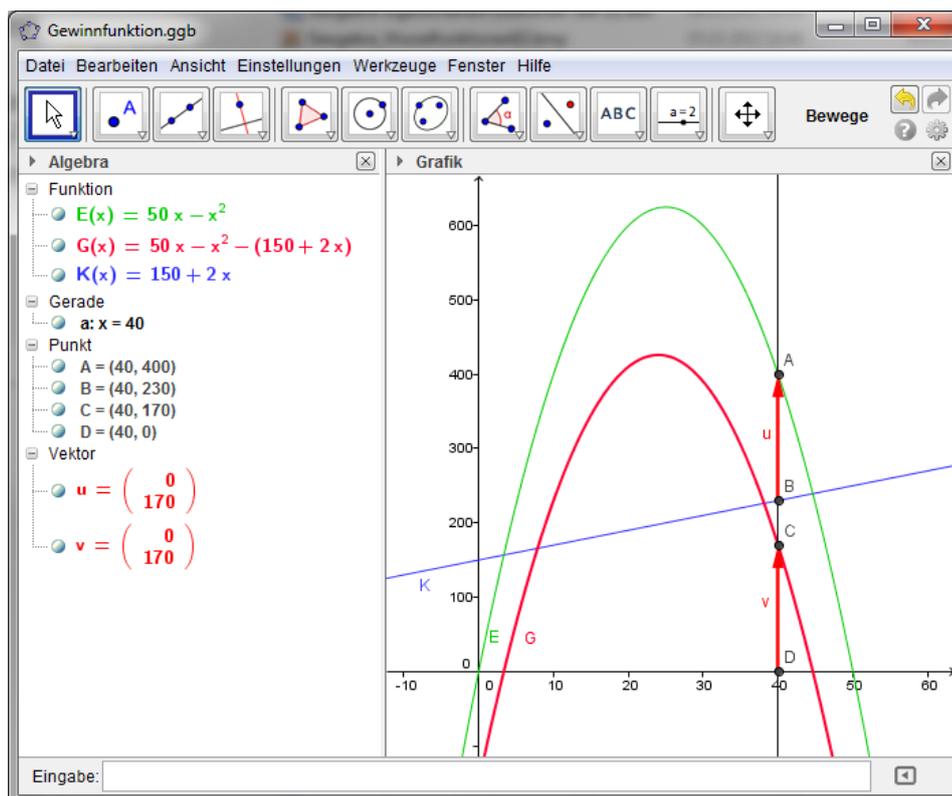
### GeoGebra

ZB: Bei der Produktion von Schmuckstücken setzten sich die Kosten aus Fixkosten von 150 GE (Geldeinheiten) und variablen Kosten pro Stück von 2 GE pro Stück zusammen. Die Preisfunktion  $p$  gibt den Preis in Abhängigkeit von der Stückzahl  $x$  an und wurde mit  $p(x) = 50 - x$  ermittelt.

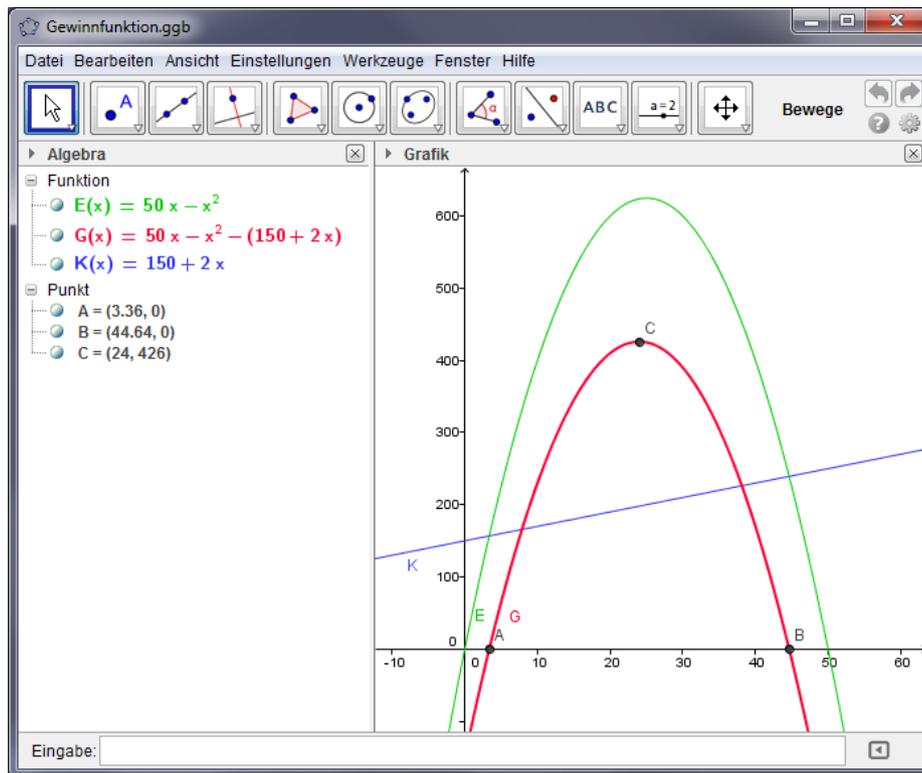
- 1) Erkläre die Begriffe lineare Kostenfunktion  $K$ , Erlösfunktion  $E$  und Gewinnfunktion  $G$ .  
 Gib jeweils die Funktionsgleichung allgemein an.
- 2) Gib für die gegebene Produktion die Kosten-, die Erlös- und die Gewinnfunktion an.
- 3) Stelle  $K$ ,  $E$  und  $G$  in einem Diagramm grafisch dar. Erkläre den Zusammenhang zwischen den drei Funktionen anhand der Grafik.
- 4) Die Stückzahl, ab der Gewinn erzielt wird, nennt man Gewinnschwelle (Break-Even-Point) und jene, bis zu der Gewinn gemacht wird, Gewinngrenze. Wie können diese Werte ermittelt werden? Gib sowohl die Gewinnschwelle als auch die Gewinngrenze an.
- 5) Bei welcher Stückzahl wird maximaler Gewinn erzielt? Wie groß ist dieser und um welchen Preis wird ein Schmuckstück verkauft?

Lösung:

- 1) Die Kostenfunktion gibt an, welche Kosten bei der Produktion einer bestimmten Menge  $x$  anfallen. Ist sie linear, so gilt:  $K(x) = F + k \cdot x$   
 Der Erlös ergibt sich aus dem Preis und der Anzahl der verkauften Stück:  
 $E(x) = p(x) \cdot x$   
 Der Gewinn ist die Differenz aus Erlös und Kosten:  $G(x) = E(x) - K(x)$
- 2)  $K(x) = 150 + 2x$   
 $E(x) = (50 - x) \cdot x = 50x - x^2$   
 $G(x) = E(x) - K(x) = -x^2 + 48x - 150$
- 3) Für jede Stückzahl  $x$  entspricht die Differenz zwischen  $E(x) - K(x)$  dem Wert von  $G(x)$ .



4) und 5)



Die Werte können mithilfe der Nullstellen der Gewinnfunktion oder der Schnittpunkte zwischen der Erlös- und Kostenfunktion ermittelt werden.  
Gewinnschwelle:  $x_1 = 3,36 \Rightarrow 4$  Stück, da nur ganze Stück möglich sind und bei 3 Stück noch kein Gewinn erzielt wird.  
Gewinngrenze:  $x_2 = 44,6 \Rightarrow 44$  Stück

Maximaler Gewinn: 426 GE bei 24 Stück  
Verkaufspreis bei 24 Stück:  $p(24) = 26$  GE