Technologieeinsatz: Vektoren

TI-Nspire

ZB: **1)** Gib die fehlenden Koordinaten des Punkts D des Parallelogramms ABCD mit A(–4|–1), B(–1|–2), C(3|1), D an. Ermittle die Länge der Diagonale AC.

2) Zeichne die Winkelsymmetrale w_β von β ein und gib einen Vektor in Richtung von w_β an.

Lösung:

Rechnerische Lösung

Vektoren werden mithilfe von eckigen Klammern **[ ]** oder über „mathematische Vorlagen“ eingegeben. Bei Spaltenvektoren werden Strichpunkte (**;**) zur Eingabe verwendet, bei Zeilenvektoren verwendet man Beistriche (**,**).

1) Im **Calculator** werden die Punkte A, B und C als Ortsvektoren definiert:

oa:=[-4;-1]   ob:=[-1;-2]   oc:=[3;1]

Nun ermittelt man die Vektoren $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$:

a:=ob-oa   b:=oc-ob

Man erhält den Punkt D, indem man zum Ortsvektor von A den Vekor $\vec{b}$ addiert:

od:=oa+b

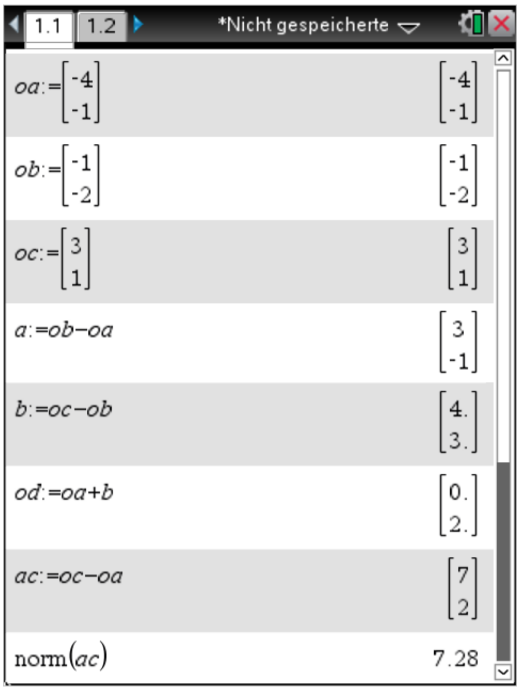
Der Punkt D hat die Koordinaten D(0|2).

Den Vektor der Diagonalen AC ermittelt man mit **ac:=oc-oa**.

Die Länge (den Betrag) dieses Vektors erhält man über Menü **7: Matrix und Vektor**, **7: Normen**, **1: Norm** oder durch Eingabe von **norm(**.

norm(ac)

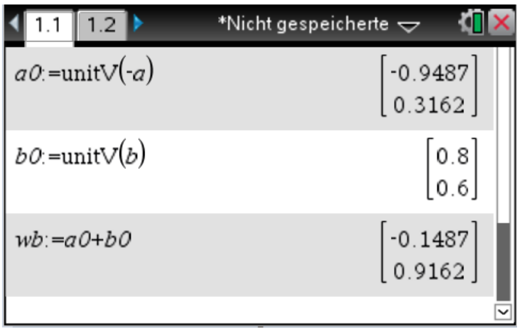
Die Diagonale AC ist rund 7,28 Einheiten lang.



2) Zur Ermittlung der Winkelsymmetrale müssen erst die Einheitsvektoren von $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{BC}$ über das Menü **7: Matrix und Vektor**, **C: Vektor**, **1: Einheitsvektor** oder durch Eingabe von **unitv(** ermittelt werden.

a0:=unitv(-a)   b0:=unitv(b)

Durch Addition dieser Einheitsvektoren erhält man den Vektor in Richtung der Winkelsymmetrale w_β:



wb:=a0+b0

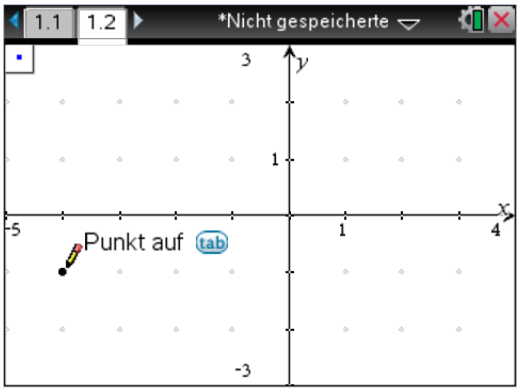
Der Vektor in Richtung der Winkelsymmetralen hat die Koordinaten $\overrightarrow{w_\beta} \approx \begin{pmatrix} -0{,}15 \\ 0{,}92 \end{pmatrix}$.

Grafische Lösung

Die grafische Darstellung von Punkten und Vektoren kann in der Applikation **Graphs** erfolgen. Um ein Koordinatengitter verwenden zu können, wählt man ctrl menu **2: Ausblenden/anzeigen**, **3: Punktgitter anzeigen**.

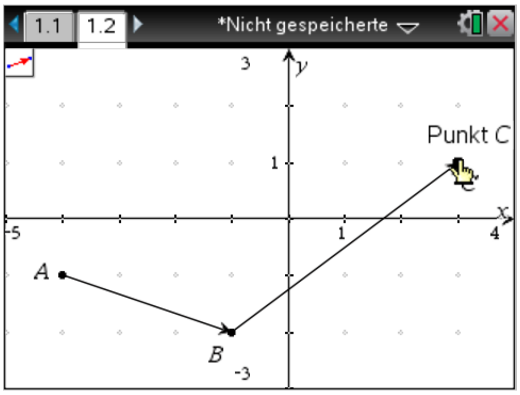
1) Mit Menü **8: Geometry**, **1: Punkte & Geraden**, **1: Punkt** kann ein Punkt in das Koordinatensystem eingezeichnet werden. Auf dem Display erscheint ein Punkt, der beim Verschieben entlang der Punkte im Punktgitter „springt“ und durch einen Klick an der gewünschten Position fixiert werden kann.

So können die Punkte A, B und C eingezeichnet und über ctrl menu beschriftet werden.



Um die Vektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{BC}$ einzuzeichnen, wählt man im Menü **8: Geometry**, **1: Punkte & Geraden**, **8: Vektor** und klickt jeweils nacheinander den gewünschten Startpunkt und Endpunkt des Vektors an. Die Koordinaten der Vektoren können am Punktgitter abgelesen werden:

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\quad \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$



Um den Punkt D grafisch zu ermitteln, legt man mithilfe von Menü **8: Geometry, 4: Konstruktion**, **2: Parallele** jeweils eine Parallele zum Vektor $\overrightarrow{AB}$ durch C und zum Vektor $\overrightarrow{BC}$ durch A. Dabei klickt man zuerst den Punkt und dann den jeweiligen Vektor an.

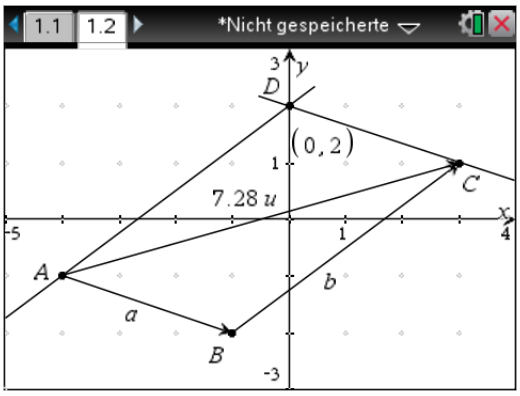
Mit Menü **8: Geometry**, **1: Punkte & Geraden**, **3: Schnittpunkt(e)** wird nach Anklicken der Parallelen deren Schnittpunkt angezeigt. Dessen Koordinaten werden mithilfe von Menü **1: Aktionen**, **8: Koordinaten/Geichungen** angegeben.

Der Punkt D hat die Koordinaten D(0|2).

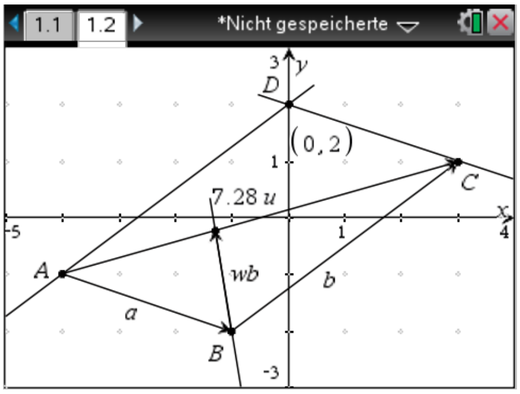
Um die Länge der Diagonale AC zu ermitteln, legt man nun einen Vektor vom Punkt A zum Punkt C.

Mit Menü **8: Geometry**, **3: Messung**, **1: Länge** ermittelt man die gesuchte Länge durch Anklicken des Vektors.

Die Diagonale AC ist rund 7,28 Einheiten lang.



2) Mit Menü **8: Geometry**, **4: Konstruktion**, **4: Winkelhalbierende** kann die Winkelsymmetrale w_β eingezeichnet werden. Dabei klickt man die Punkte A, B und C nacheinander an.



Um einen Vektor in Richtung von w_β einzuzeichnen, kann man den Schnittpunkt der Winkelsymmetrale mit dem Vektor $\overrightarrow{AC}$ bilden und anschließend einen Vektor vom Punkt B in diesen Punkt legen.

Eine weitere Möglichkeit ergibt sich mit der Funktion *Punkt auf*, die nach dem Anklicken von B automatisch angeboten wird.

Die Koordinaten des Vektors können allerdings nicht genau abgelesen werden, sondern nur rechnerisch ermittelt werden (siehe rechnerische Lösung).

