



Technologieeinsatz: Anwendungen der Exponentialfunktionen

Mathcad

ZB: In einem Raum mit 25 °C befindet sich eine Tasse Kaffee mit einer Temperatur von 85 °C. Die Abkühlung auf die Temperatur T erfolgt nach dem Abkühlungsgesetz von Newton:

$T(t) = (T_0 - T_U) \cdot e^{-kt} + T_U$ T_0 ... Stofftemperatur, T_U ... Umgebungstemperatur
Die Temperaturänderung des Kaffees wird durch folgende Funktionsgleichung beschrieben:

$$T(t) = 60 \text{ } ^\circ\text{C} \cdot e^{-0,04 \frac{1}{\text{min}} \cdot t} + 25 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- 1) Stelle die Temperaturfunktion im Bereich [0 min; 120 min] dar.
- 2) Welche Temperatur hat der Kaffee nach 5 Minuten bzw. nach einer Stunde?
- 3) Nach wie vielen Minuten hat der Kaffee eine Trinktemperatur von 55 °C erreicht?
- 4) Argumentiere, welche Temperatur der Kaffee nach langer Zeit annimmt.

Lösung:

Temperaturkurve

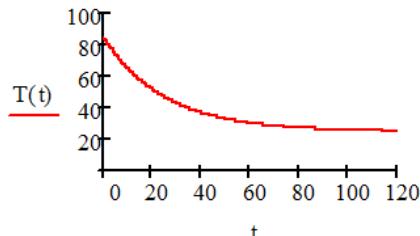
1) Graph:

$$T(t) := 60 \cdot e^{-0,04 \cdot t} + 25 \quad t := 0,01 .. 120$$

$$2) T(5) = 74,124$$

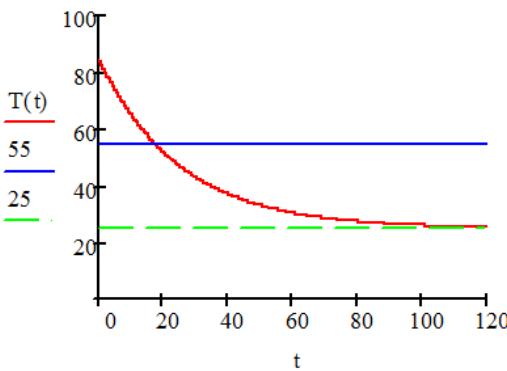
$$T(60) = 30,443$$

Nach fünf Minuten hat der Kaffee eine Temperatur von ungefähr 74 °C, nach einer Stunde von ungefähr 30 °C.



3) und 4)

$$t := 0,01 .. 120$$



$$t := 20$$

$$t_0 := \text{wurzel}(T(t) - 55, t) \quad t_0 = 17,329$$

Nach rund 17 Minuten ist der Kaffee auf 55 °C abgekühlt.

Aus der grafischen Darstellung erkennt man, dass sich die Kurve der waagrechten Asymptote bei 25 °C, also der Raumtemperatur nähert.

- Der Schnittpunkt wird mithilfe der Funktion **wurzel** ermittelt, dazu muss die Gleichung $T(t) = 55 \text{ } ^\circ\text{C}$ auf $T(t) - 55 \text{ } ^\circ\text{C} = 0$ umgeformt werden.
- Aus der grafischen Darstellung kann ein Startwert abgelesen werden.