



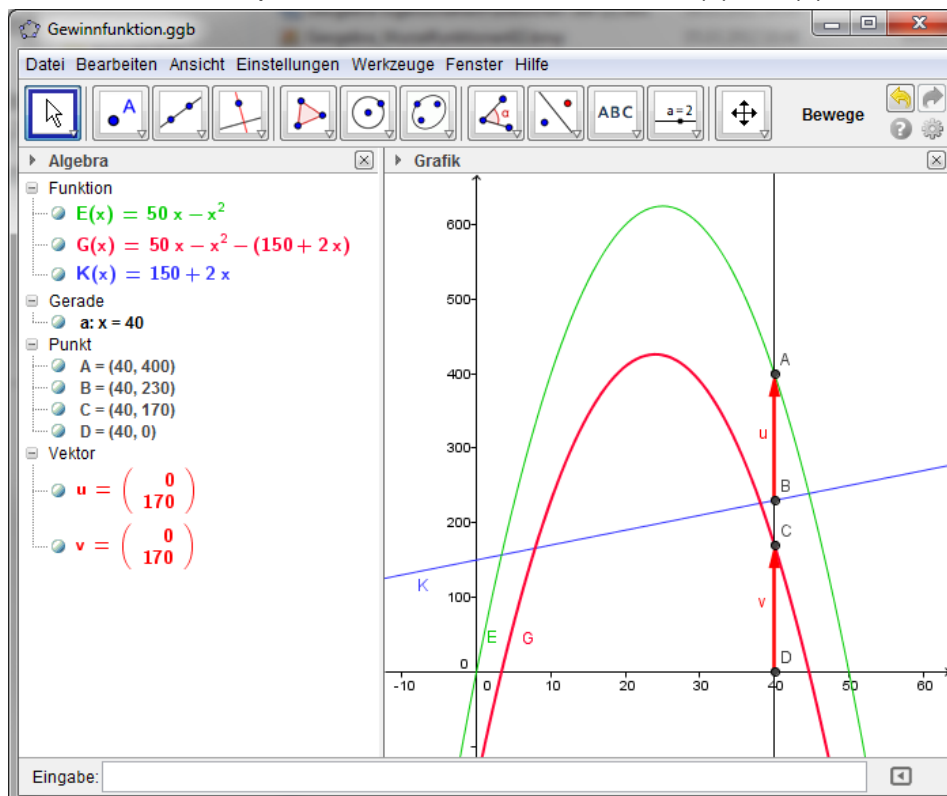
## Technologieeinsatz: Anwendungen quadratischer Funktionen GeoGebra

ZB: Bei der Produktion von Schmuckstücken setzen sich die Kosten aus Fixkosten von 150 GE (Geldeinheiten) und variablen Kosten von 2 GE pro Stück zusammen. Die Preisfunktion  $p$  gibt den Preis in Abhängigkeit von der Stückzahl  $x$  an und wurde mit  $p(x) = 50 - x$  ermittelt.

- 1) Erkläre die Begriffe lineare Kostenfunktion  $K$ , Erlösfunktion  $E$  und Gewinnfunktion  $G$  und gib jeweils die Funktionsgleichung allgemein an.
- 2) Gib für die gegebene Produktion die Kosten-, die Erlös- und die Gewinnfunktion an.
- 3) Stelle  $K$ ,  $E$  und  $G$  in einem Diagramm grafisch dar. Erkläre den Zusammenhang zwischen den drei Funktionen anhand der Grafik.
- 4) Die Stückzahl, ab der Gewinn erzielt wird, nennt man Gewinnschwelle und jene, bis zu der Gewinn gemacht wird, Gewinngrenze. Wie können diese Werte ermittelt werden? Gib die Gewinnschwelle und die Gewinngrenze an.
- 5) Bei welcher Stückzahl wird maximaler Gewinn erzielt? Wie groß ist dieser und um welchen Preis wird ein Schmuckstück verkauft?

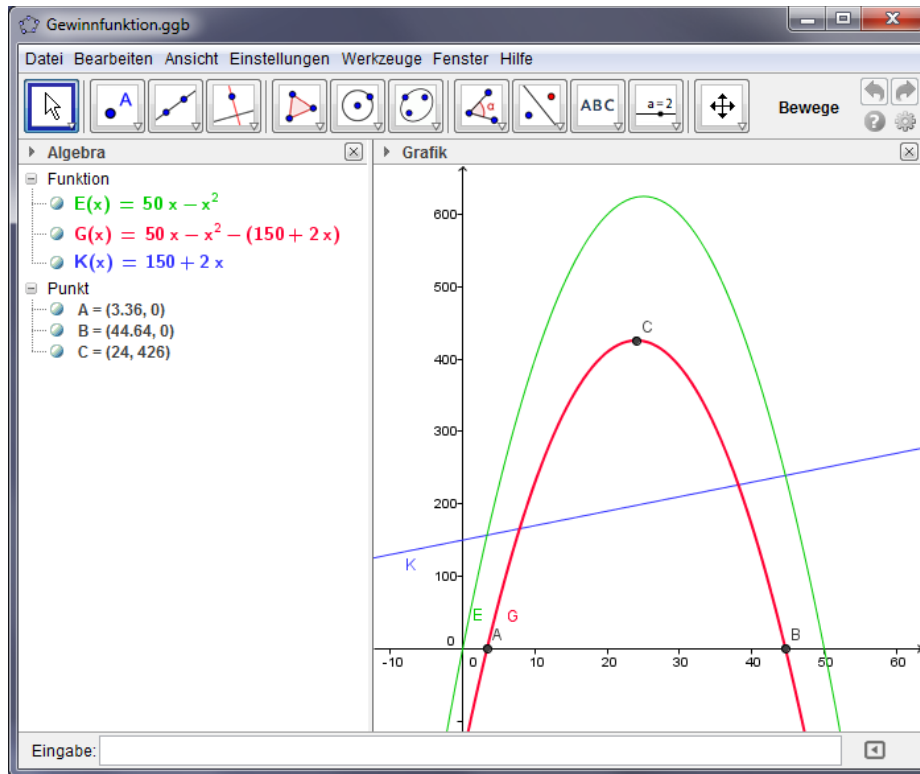
Lösung:

- 1) Die Kostenfunktion gibt an, welche Kosten bei der Produktion einer bestimmten Menge  $x$  anfallen. Ist sie linear, so gilt:  $K(x) = \text{Fixkosten} + \text{variable Kosten} \cdot x$   
 Der Erlös ergibt sich aus dem Preis und der Anzahl der verkauften Stück:  
 $E(x) = p(x) \cdot x$   
 Der Gewinn ist die Differenz aus Erlös und Kosten:  $G(x) = E(x) - K(x)$
- 2)  $K(x) = 150 + 2x$   
 $E(x) = (50 - x) \cdot x = 50x - x^2$   
 $G(x) = E(x) - K(x) = -x^2 + 48x - 150$
- 3) Für jede Stückzahl  $x$  entspricht die Differenz zwischen  $E(x) - K(x)$  dem Wert von  $G(x)$ .





4) und 5)



Die Werte können mithilfe der Nullstellen der Gewinnfunktion oder der Schnittpunkte zwischen der Erlös- und Kostenfunktion ermittelt werden.

Gewinnschwelle:  $x_1 = 3,36 \Rightarrow 4$  Stück, da nur ganze Stück möglich sind und bei 3 Stück noch kein Gewinn erzielt wird.

Gewinnngrenze:  $x_2 = 44,6 \Rightarrow 44$  Stück

Maximaler Gewinn: 426 GE bei 24 Stück

Verkaufspreis bei 24 Stück:  $p(24) = 26$  GE